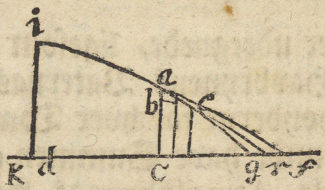
Professor Krafts
METHODE
at bevise, hvorledes man i alle Tilfælde kand bestemme den ene Ubekiendte ved en u-endelig Folge af Terminis, som gives ved den anden, i de Algebraiske Liigheder, som indeholde to Ubekiendte.

§. 1.

Intet synes at være lettere, end at finde de Methoder, ved hvis Hielp man kand nærme sig til Værdien af den ubekiendte Størrelse, saa tiit som Liighederne ikke indeholde flere end en eneste ubekiendt; man havde allene nødig at forestille sig den givne Liighed under denne Skikkelse

$$y = Ax^{m} + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3} + + \&c.$$

og derved bringe den paa de krumme Liniers Ordinater; ved den antagne Liighed kunde man faae



en krum Linie gi, hvis Axel var fk, saafremt man nu vidste paa noget Lidet nær den virkelige Værdie af x, eller Distencen fra den første Ordi-

Ordinate dc, da i den Hypothese at ikkun lidet manglede kunde ag tages for det samme med Røre-Linien (Tangenten) af, og da blev

$$(ab) - dy : dx\,(eb) = y\,(ac) : cg = cf = -\frac{y\,dx}{-dy}.$$

da nu dx antages for bestandig, er $cg = -\frac{y}{dy}$.

kaldes da den givne Liighed φx. og den givne Størrelse, som er fast saa stor som $x = \alpha$ Differential-Liigheden af $\varphi x = d\varphi x$ da er $\alpha - \frac{\varphi x}{d\varphi x}$ noget næsten Værdien af x, og ved at sette det udkommende igien for x, nærmer man sig alt mere og mere til den rette Størrelse af den Ubekiendte; saafremt at man ikke vilde antage, at den krumme Linie faldt ind med Røre-Linien, kunde man bringe Differentialer af den anden Høyde, som gav en Røre-Linie, ved hvilken nd mindre end fd endnu mere skulde nærme sig til den virkelige Værdie (*) af den ubekiendte x og saa videre.

§. 2.

Saa tiit derimod, som to Ubekiendte falde for i de Algebraiske Liigheder (thi mit Forsæt er her ikke at handle om andre) da er det mestendeels langt vanskeligere at nærme sig til Værdien af den ene Ubekiendte i den anden; allermest om de Termini, som indeholde de Ubekiendte, ere mange og irrationelle, eller og om de Ubekiendte i begge disse Tilfælde ere meget indviklede i hverandre; thi ellers lade de sig de fleste Tider let opløse til en u-endelig Følge af Terminis, enten ved den Methode af Divisionen, eller og ved at trekke Stammestørrelsen ud paa den bekiendte Maade; saa tiit som det første falder for, er det vel unegteligt, at ingen mere almindelig Maade er blevet opfunden end det Neutonske Parallelogram; det eneste, som synes at giøre denne Methode mindre brugelig er det viitloftige Arbeyde, som den fører

 med

(*) Dette Theorema lader sig paa en anden Maade udføre af en Liighed, som Hr. Mac Laurin har fundet, og som kand sees i Slutningen af et hans Brev til Hr. Folkes de Æqvationibus, in qvibus dantur radices impossibiles; det er ellers blevet publiceret uden Beviis af Hr. Simson.

med sig, og den Agtsomhed, som den udfordrer. Hvilket og har giort, at man i den Sted mere har lagt sig efter en anden Maade at arbeyde paa, som er den, hvorom jeg her egentlig vil handle, og som bestaaer i at en vis Følge af Terminis antages, i hvilken først Exponenterne, og siden Coefficienterne af alle Terminis findes. Da man kand see i alle Algebraiske Skrifter, som handler om denne Materie, hvorledes at Coefficienterne kand bestemmes, holder jeg det for unyttigt videre at handle derom. Saa det, som jeg i det Efterfølgende vil afhandle, er, at jeg vil beviise de Regler, ved hvis Hielp man kand finde Exponenterne, og desuden, hvorledes man kand arbeyde paa den korteste Maade; thi man har Uret i at forekaste Neutons Methode ved Parallelogrammet, at den er for viitløftig, saa længe som man ikke viser med hvad Middel, at Arbeydet i denne anden Methode kand forkortes; da det i u-endelige mange Tilfælde kand skee, at og denne sidste Maade kand føre et u-overvindeligt Arbeyde med sig; hvilket jeg i det Efterfølgende nærmere skal viise.

Den Første, som har tænkt paa denne Maade ved en antaget Følge af Terminis er den berømmelige Hr. Leibnitz, som i de Leipziger lærde Samlinger har ved dens Hielp opløst nogle Liigheder: men da de første Tanker om en Ting gierne ere ufuldstændige, og det ikke er uden Skrit efter Skrit at de vanskelige Ting blive bragte til Fuldkommenhed, saa havde Hr. Leibnitz og den Uheld, at hans Methode var meget ufuldstændig, u-agtet at den dog længe derefter er blevet fuldt som almindelig af de største Geometrer. Dette har givet Hr. Stirling Anledning til at sige i hans smukke Afhandling de Lineis tertii ordinis: "Hujus methodi, longo tempore postqvam Dno. Neutono "innotuerat, in actis eruditorum Lipsiæ Dnus. Leibnitius Suo etiam "nomine edidit exemplum unum aut alterum in casibus facilioribus, "ubi tantum docuit coefficientium inventionem, at in indicum non "in coefficientium inventione tota latebat difficultas." Endskiønt at det lader, som om Stirling derved vilde negte Leibnitz den Ære, at have først fundet denne Methode, saa bliver det dog vel ligesaa unegteligt, at hand ved sin egen Hielp har fundet den, som det paa den

anden

anden Side er viist, at den kom fra hans Haand aldeles ufuldkommen, og i de fleste Tilfælde gandske ubrugbar.

Det var derfore andet umueligt, end at man maatte snart komme til at forefinde Exempler, som ikke lode sig opløse allene ved Hielp af det Leibnitzske, følgelig og, at man snart har maat tænke paa at forbedre denne Maade; den første, som har begyndt dermed er den berømte Brook Tailor, som har søgt at bringe denne Methode under et almindeligt Beviis i den 9de Propoſition af hans Methodo Incrementorum; men dersom Tailor havde paa den ene Side den Ære at viise, hvorledes at denne Methode kunde bruges i en u-endelig Mængde flere Tilfælde end Leibnitz havde viist, saa var hand dog paa den anden Side ikke lykkelig nok for at giøre den saa fuldstændig, som den burde være, hvilket Stirling først har agtet, som siger paa fornevnte Sted: Sed ut qvod verum eſt confiteamur, methodus Dni. Tailor inveniendi formam Seriei non eſt generalis, imo impoſſibile eſt univerſaliter determinare formam ſeriei ex data forma Æqvationis; pendet enim Forma Seriei tam ex coefficientibus qvam ex exponentibus indeterminatarum in Æqvatione, fallit dicta regula Dni. Tailor, qvotiescunqve coincidunt duo vel plures valores termini primi Seriei, hoc eſt, qvando ordinata prima tangit Curvam, vel tranſit per punctum ejus duplex vel qvando ordinata ad diſtantiam infinitam tranſit per plura Curvæ puncta infinite propinqva ad ſe invicem.

Jeg skal i det Efterfølgende viise, at Stirling har lagt en vigtig Forbedring til Tailors Regel, og at hand har havt deri ret at Tailors Regel ikke var almindelig; Hvorimod hand saa langt fra ikke har beviist sin Regels Rigtighed, at hand meget mere selv siger paa samme Sted: "Inveni autem Seqventem Regulam pro invenienda forma "Seriei, qvantum hactenus conſtitit nunqvam Fallere, Sed eam eſſe "ubiqve veram affirmare non audeo, propterea qvod in eam caſu "tantum incidi, obſervando ſcilicet plures Series diverſas, & ejus "demonſtrationem poſtea fruſtra qvæſivi." Det, som heri er det synderligste, er, at et Beviis, som saa let flyder af disse Følgers Beskaffenhed (som skal sees af det Følgende) kunde undgaae en ellers saa

skarp-

skarpsindig Mands Eftertanke, og kand intet andet have været Aarsagen, end at man ved at have een Ting for stærkt i Tankerne, forhindres derover fra at indsee, hvad man søger i en anden.

Stirlings Maade er da virkelig almindelig, men den har den Feyl, at den i mange Tilfælde er overmaade viitløftig, og at den meget tiit vilde foraarsage et fast u-overvindeligt Arbeyde; Aarsagen er, at den tiit indeholder en Mængde af unyttige Terminis, som give en viitløftig Calcul, og dog med megen Møye neppe bestemmer nogle faa Coefficienter. Det er ikke om Stirlings Methode allene, men endog om Tailors, at dette maae siges i de Tilfælde, da denne sidste kand bruges, og de ere begge deri saa nær forenede med hverandre, at dersom den første indeholder overflødige Følger af Terminis, da indeholdes de ogsaa i den sidste; saa det synes, at man ved disse Methoder taber lige saa meget paa den ene Side, som man vinder paa den anden.

Af de, der har skrevet over denne Materie, er den, som har seet allerlængst hen i den den berømte Hr. Gravesande, som desuden er nok bekiendt af andet hans fortreflige Arbeyde: hand har derom publiceret en liden Afhandling, men som er uden Beviis, u-agtet, at hand, saaviit jeg veed, ikke har givet de allermindste Spoer til Beviis, saa er det dog ikke at tviile paa, at hand jo har kundet bevise sin Regel, siden den flyder directe af den, som jeg i det Efterfølgende skal bevise; jeg har desuden søgt at viise en Methode, hvorledes man kand undgaae enten alle eller og en stor Mængde af unyttige Terminis, hvilket kand giøre overmaade stor Tieneste i sær i de Tilfælde, i hvilke Tailors Regel kand bruges; hvilket nærmere skal sees af det nu Følgende.

§. 3.

Jeg kalder bestandig de to Ubekiendte x og y, saaledes at y søges i x, ydermere antager jeg den Følge, som skal bestemmes at være

$$y = Ax^n + Bx^s + Cx^r + Dx^g + Ex^f + + \&c.$$

hvil-

hvilken kand gaae saavidt, som man behager, da den er i sig selv virkelig u-endelig; til at bestemme Coefficienten i den første Termino Ax^n kand man altid med Tailor bruge det Neutonske Parallelogram, siden denne Maade baade kand bevises af de simple Principiis i Geometrien, hiulpne med den letteste Calcul, og den desuden i sig selv heri ikke udfordrer megen Møye. Hvad ellers det Neutonske Parallelogram angaaer, fortiener en Tractat at læses, som er skrevet af Hr. Kaestner Professor, i Leipzig.

Det eneste, som jeg vil nævne af det, som henhører til det Neutonske Parallelogram, er, at man vel skiller de Terminos fra hverandre, som ere af adskillig Høyde, de, som Linealen først rører, ere Termini af den første Høyde; De, som den siden dernæst kommer til ved en Parallel Bevegelse, kalder jeg Termini af 2den Høyde, og saa videre, i det Følgende bruger jeg mest Terminos af 1ste og anden Høyde.

§. 4.

Dersom enhver Algebraisk Liighed forestilles ved

$$\alpha x^r y^f + \beta x^m y^t + \gamma x^p y^l + \delta x^q y^h + + \&c.$$

$= A$, og y ved den forrige Følge

$$y = Ax^n + \beta x^f + Cx^r + Dx^g + Ex^f + + \&c.$$

da seer man let, at den Betingning, som Tailor udfordrer til at bestemme Exponenterne i Følgen $y = Ax^n + bx^f + + \&c.$, er nødvendig, at nemlig, naar i den givne Liighed settes i Steden for y den forrige Følge, og deraf kommer en Liighed, som jeg vil bestandig kalde B, at da i B alle Termini saaledes faae de samme Exponenter, at ingen Termini komme til at staae allene, siden Coefficienterne A, B, C, D &c. ellers ikke kand bestemmes.

§. 5. Lemma.

Dersom i Steden for den Følge

$$y = Ax^n + Bx^f + Cx^r + Dx^g + Ex^f + + \&c.$$

tages denne anden

$$y = Ax^{n} + Bx^{n+m} + Cx^{n+2m} + Dx^{m+3m} + Ex^{n+4m} + + \&c.$$

hvis Exponenter gaae i en Arithmetisk Progression, og denne sidste eleveret til den respective Høyde af y i de Terminis som findes i Liigheden A, settes i Steden for y i enhver Termino, da om Exponenten af y gives i Almindelighed ved k og Coefficienterne ved A, B^{I}, C^{I}, D^{I}, $+ +$ &c. - bliver y^{k} i den Liighed B.

$$= Ax^{nk} + B^{I}x^{nk+m} + C^{I}x^{nk+2m} + D^{I}x^{nk+3m} + + \&c. -$$

som let sees af Elevationens Natur.

§. 6. Theorema.

Dersom i Steden for y, settes den Series

$$y = Ax^{n} + Bx^{n+m} + Cx^{n+2m} + Dx^{n+3m} + + \&c.$$

i alle Terminis af den Liighed A, da saafremt at alle de første Termini af de Følger, som faaes saaledes i A, falde ind med den største Følge i Liigheden B (jeg forstaaer ved den største, den som begynder fra den allerførste Termino i B) da skal og alle de øvrige Termini i de andre Følger falde ind med de øvrige i Liigheden B.

Beviis.

Thi Exponenterne i den Termino $\alpha x^{r} y^{f}$ bliver efter §5, naar Coefficienterne udelades

$$x^{fn+r} + x^{fn+r+m} + x^{fn+r+2m}$$
$$+ x^{fn+r+3m} + x^{fn+r+4m} + + \&c.$$

De derimod, som komme af den Termino $\gamma x^{p} y^{l}$ bliver ligeledes

$$x^{ln+p} + x^{ln+p+m} + x^{ln+p+2m}$$
$$+ x^{ln+p+3m} + x^{ln+p+4m} + + \&c.$$

er nu $Fn + r = ln + p$, da maae og $Fn + r + m = ln + p + m$. o. s. v. Ligeledes er Følgen af den Termino $\delta x^{q} y^{h} =$

x^{hn}

$$x^{hn+q} + x^{hn+q+m} + x^{hn+q+2m} +$$
$$x^{hn+q+3m} + x^{hn+q+4m} + + \&c.$$

settes nu $x^{hn+q} = x^{fn+r+2m}$, maae og $hn+q+m = Fn+r+3m$ o.s.v.

Exempel om i den Liighed $y^3 - 2xy + ay - b = 0$

settes $y = Ax^{\frac{1}{2}} + Bx^{0} + Cx^{-\frac{1}{2}} + Dx^{-1} + + \&c.$

da ere Exponenterne af

$$\begin{array}{rcccccccccc} y^3 = & x^{\frac{2}{3}} & \cdot & x^{1} & \cdot & x^{\frac{1}{2}} & \cdot & x^{0} & \cdot & x^{-\frac{1}{2}} & \cdot + + \\ -2xy = & x^{\frac{3}{2}} & \cdot & x^{1} & \cdot & x^{\frac{1}{2}} & \cdot & x^{0} & \cdot & x^{-\frac{1}{2}} & \cdot + + \\ \text{af } \overset{2}{a}y = & & & x^{\frac{1}{2}} & & \cdot & & x^{0} & \cdot & x^{-\frac{1}{2}} & + + \\ b = & & & & & & \cdot & x^{0} & \cdot & & \end{array}$$

§. 7. Anmerkning.

Deraf sees, at den første af Tailors Betingninger er upaatvielig, at den antagne Følge bør altid være af denne Skikkelse §. 6. 4.

$$y = Ax^{n} + Bx^{n+m} + Cx^{n+2m} + Dx^{n+3m} + Ex^{n+4m} + + \&c.$$

saa at Exponenterne altid gaae i en Arithmetisk Progression; ydermere at hand deri har Ret, at de to første Termini altid bør være ligehøye i Liigheden B og den ene af dem indeholde en Følge af u-endelig mange Terminis eller og, hvilket er det samme, være kommen af en Termino i Liigheden A, i hvilken y findes; thi det kunde ellers skee, at Series ey blev muelig, allene fordi den første Terminus ey kunde bestemmes; Da nu dette sidste allerbest naaes ved det Neutonske Parallelogram, saa seer man deraf en ny Fordeel, som man har af at bruge det. Det som endnu bør vises er, hvorledes man kand mage det saa, at alle de første Termini af de Følger, som komme ved at sette $y = Ax^{n} + Bx^{n+m} + + \&c.$ i A kunde falde ind med de af den første Følge udi B.

§. 8. Theorema.

Dersom i den givne Liighed

$$A = \alpha x^r\ y^f + \beta x^m\ y^t + \gamma x^p\ y^l + \delta x^q\ y^h + + \&c.$$

settis i Steden for Digniteterne af y, Exponenten af den første Terminus x^n i den Følge

$$y = Ax^n + Bx^{n+m} + Cx^{n+2m} + + \&c.$$

og af de Terminis, som deraf komme i den Liighed B, tages den største tilfælles Divisor, hvilken settes siden i Følgen $y = Ax^n + Bx^{n+2m} + +$ i Steden for m, da skal alle de Følger, som faaes i B ved at sette $Ax^n + Bx^{n+m} + + \&c.$ i Steden for y i A, falde sammen i Henseende til alle deres Terminos.

Beviis.

Thi dersom de første Termini af Følgerne i B falde sammen med Terminis af den største Følge, da falder alle Termini sammen § 6. men er $d = m$ den største tilfælles Divisor af $r+f$, $m+t$, $p+l$, $q+h$. Saar $r+f = nd$, $m+t = md$, $p+l = l^1 d$, $q+h = rd$, da maae nd falde ind med den største Følge i B efter n Terminos fra først af § 5, ligeledes md efter m Terminos, $l^1 d$ efter l^1 og rd efter r Terminos, følgelig og $r+f$, $m+t$, $p+l$, $q+h$ i samme Orden.

§. 9. Anmerkning.

Tailors Regel er, at man skal 1) bestemme Exponenter af den første Termino ved Neutons Parallelogram, og 2) i det øvrige handle efter §. 8; men man seer let, at man derved ey kand være forvisset om andet, end at alle Termini i de adskillige Følger i Liigheden B skal falde sammen, følgelig at alt kand bestemmes, saafremt at Følgen allene beroer paa Exponenterne, saafremt at den derimod bør og at bestemmes efter Coefficienterne, er det ikke vist, at denne Maade kand være tilstrekkelig. For Resten forstaaes let af Beviiset §. 8, at man ey just havde nødig at tage den største tilfælles Divisor, det var i Almindelighed nok at tage en, hvad for en man vilde, allene, at den var tilfælles; men da den største tilfælles Divisor er tilstrekkelig §. 8. saa

saa er det klart, at en mindre altid vilde give u-nyttige Terminos og tiente følgelig ey til andet end at give en Deel Coefficienter $= o$ og at giøre et i sig viitløftigt Arbeyde endnu viitløftigere.

Det er fast unyttigt, at tale noget om den Forskiel, som kommer deraf, at nogle Følger af $y = Ax^n + +$ falder, imidlertid at andre stiger, siden den heele Forskiel kommer allene an paa, hvad heller m skal blive bekræftende eller negtende (positiv eller negativ) og denne Forskiel er desuden nok bekiendt.

§. 10. Theorema.

I hvor mange Følger, der end falder sammen i et i den første Termino af Liigheden B, kand dog ved dem allene aldrig uden den Coefficient A bestemmes, saa til at bestemme nogle af de øvrige udfordres, at en anden Følge (i det mindste at en Terminus) maae falde ind med den største længere henne.

Beviis.

Thi om tre Termini af den givne Liighed A eller og flere settes at falde sammen i et i den første Termino af Liigheden B for Exempel $\alpha x^r\ y^f$, $\gamma x^p\ y^l$, $\delta x^q\ y^h$, da er det klart af elevationens Natur, at Coefficienten i den 2den Termino ikke kand blive i Almindelighed under anden Liighed end

$$\frac{rB + pB + sB = o}{B = o.}$$

i den 3die Termino er den almindelige Liighed for Coefficienten

$$nB^2 + rB^2 + fC + lC = o, \text{ da } B = o \text{ er og } C = o.$$

for Resten kand her to Tilfælde hende sig, enten at den første Coefficient har flere ligestore Stamme-Størrelser (Radices) eller og, at den har slet ingen Ligestor; da nu efter Elevationens Natur de følgende Coefficienter ere Differential-Liigheder af de foregaaende multiplicerede eller dividerede med visse andre bestandige Størrelser, som i denne Henseende ingen Forandring kand give; saa følger af mit forrige

Stykke, at i denne sidste Tilfælde bliver saa mange Differential-Liigheder af sig selv $=0$ efter den første Terminum, følgelig og saa mange Termini som den første Coefficient har ligestore Stamme-Størrelser til mindre end en, og gielder da den forrige Raisonnement ligeledes i denne Tilfælde, andet end, at om der ere n ligestore Stamme-Størrelser, at man da faaer en Liighed

$$\underline{rB^n + pB^n + sB^n = 0}$$

$$B = 0 \text{ og saa videre.}$$

Exempel i den Liighed

$$x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 6yx^3 - 4y^{\frac{3}{2}}xx + y^2 x + 10x^{\frac{1}{3}} - 6y^{\frac{1}{2}} = 0$$

ere de Termini $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 6yx^3 - 4y^{\frac{3}{2}}xx + y^2x$ alle af den samme Høyde, og Følgen af

$$y = Ax^2 + Bx^{\frac{4}{3}} + Cx^{\frac{2}{3}} + Dx^0 + + \&c.$$

naar samme settes i Steden for y i den givne Liighed faaes

$$0 = -4A^{\frac{1}{2}}x^5 - 2A^{\frac{1}{2}}Bx^{4\frac{1}{3}} - 2A^{-\frac{1}{2}}Cx^{3\frac{2}{3}} - 2A^{-\frac{1}{2}}Dx^3 - 2A^{-\frac{1}{2}}Ex^{2\frac{1}{3}}$$

$$+ \tfrac{1}{2}A^{-\frac{3}{2}}B^2 + A^{-\frac{3}{2}}CB + A^{-\frac{3}{2}}DB + + \&c.$$

$$- \tfrac{1}{4}A^{-\frac{5}{2}}B^3 + \tfrac{1}{2}A^{-\frac{2}{3}}C^2$$

$$- \tfrac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}CB^2$$

$$+ \tfrac{5}{32}A^{-\frac{7}{2}}B^4$$

$$-4A^{\frac{3}{2}}x^5 = 6A^{\frac{1}{2}}B - 6A^{\frac{1}{2}}C - 6A^{\frac{1}{2}}D - 6A^{\frac{1}{2}}E$$

$$- \tfrac{3}{2}A^{\frac{1}{2}}B^2 - 3A^{\frac{1}{2}}CB - 3A^{-\frac{1}{2}}DB$$

$$+ \tfrac{1}{4}A^{-\frac{3}{2}}B^3 - \tfrac{3}{2}A^{-\frac{1}{2}}C.^2$$

$$+ \tfrac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}CB^2$$

$$- \tfrac{3}{32}A^{-\frac{5}{2}}B.^4$$

$$\begin{array}{llllll}
A^2x^5 & + 2AB & + 2CA & + 2DA & + 2AE \\
 & + B^2 & + 2CB & + 2DB \\
 & & & & + C^2 \\
+ 6A & + 6B & + 6C & + 6D & + 6E. \\
+ 1.
\end{array}$$

Den

Den første Coefficient $-4A^{\frac{1}{2}}-4A^{\frac{3}{2}}+A^{2}+6A+1=0$ har 4re lige-store Stamme-Størrelser, $A=1$, hvilket og giør, at de 3 efterfølgende Termini blive $=0$ i den 5te derimod, som er det 4de Differential faaes

$$\tfrac{5}{32}A^{-\frac{7}{2}}B^{4}-\tfrac{3}{32}A^{-\frac{5}{2}}B^{4}=0,\ B=0.$$

§. 11. Anmerkning.

Dersom den største tilfælles Divisor kaldes D, og Forskiellen imellem Exponenterne af Terminis i 1ste og anden Høyde kaldes F, det Antal Termini, som i Liigheden B falder imellem Terminos af 1ste og anden Høyde, den af 2den Høyde medregnet, kaldes N. Da er 1) $F=ND$ 2) $N=\frac{F}{D}$ hvilket og har Sted, om D betyder en anden Divisor, efter hvis Forskiel at Termini i Følgen $y=Ax^{n}+Bx^{n+m}++$ &c. tager til eller af; man kand ydermere heraf let giøre ligedanne Slutninger i Henseende til de andre Høyder.

§. 12.

Ved en nøye Følge forstaaer jeg en Følge, i hvilken ikke flere Termini findes, end de, som i en vis Henseende ere nødige til at bestemme Coefficienterne, ellers kalder jeg den overflødig.

Ved en nøye Ordentlig, forstaaer jeg en Følge, som ikke indeholder en heel unyttig Følge af Terminis, hvis Exponenter gaaer alle i en Arithmetisk Proportion.

Ved en nøye U-ordentlig, forstaaer jeg en Følge, i hvilken naar først er blevet fastsat til hvad Terminum at man vil søge Coefficienterne, da i den Henseende alle unyttige Termini ere udeladte.

§. 13. Theorema.

Dersom en Følge kand bestemmes af Exponenterne allene, og følgelig Tailors Regel bruges og ydermere Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde er selv den største tilfælles Divisor, da skal Følgen

Følgen være nøye ordentlig, saa at ingen nøyere u-ordentlig kand gives; saafremt at den derimod er ikke selv den største tilfælles Divisor, maae Tailors Følge altid være overflødig, og undertiden overflødig ordentlig

Beviis.

thi $N = \frac{F}{D}$ §. 11. og i denne Tilfælde er $F = D$, følgelig $N = 1$; saa de af 1ste og 2den Høyde falder umiddelbar paa hverandre, men af det, som er blevet sagt §. 10. sees let, at alle de øvrige Coefficienter og maae blive bestemte, siden i enhver nye Termino kommer en nye ubekiendt Coefficient ind i Liigheden tillige med andre Bekiendte og Liigheden af sig selv ey kand blive o efter Hypothesen og §. 4. i det forrige Stykke.

Men er den ey selv den største Tilfælles Divisor, da maae den nødvendig være større, siden $\frac{F}{D} = N$ ikke kand være en Brøk, hvorover $\frac{F-D}{D}$ Termini i Liigheden B falder imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde §. 11, følgelig om Følgen lader sig allene bestemme ved Exponenterne, maae i den Følge $y = Ax^n + Bx^{n+m} + +$ &c. $\frac{F-D}{D}$ Coefficienter nødvendig blive = o, de Efterfølgende beroer paa hvor de efterfølgende Termini i Liigheden A falder ind med Terminis af den største Liighed i B. Og saafremt at efter de af anden Høyde ikke falder $\frac{F-D}{D}$ nye Termini efter hverandre, da bliver der og altid længere hen i Følgen overflødige Termini.

I den Tilfælde, da Forskiellen imellem Exponenterne i Terminis af 1ste og anden Høyde er ikke selv den største Tilfælles Divisor, da kand en af to altid have Sted, enten, at Forskiellen imellem de af første og alle de andre Høyder har den samme Tilfælles Divisor som Expo-

Exponenterne, eller og at deres største Tilfælles Divisor er et Multiplum af den største Tilfælles Divisor; i denne Tilfælde kand endnu alle Betingningerne fyldestgiøres ved at sette m ni = den største Tilfælles Divisor men = med den største Tilfælles Divisor af Forskiellene imellem alle Exponenterne; thi det sees let at alle Termini maae ikke mindre falde sammen i denne Tilfælde end i den forrige: følgelig er Tailors Følge i denne Tilfælde overflødig ordentlig.

§. 14. Slutning.

Deraf sees, at man altid maae efterse hvad den største Tilfælles Divisor bliver af alle Forskiellene og sette den $= m$ i Følgen $y = Ax^m + Bx^{n+m} + +$ &c. thi dersom man allene holder sig til den største Tilfælles Divisor af Exponenterne som Tailor, staaer man den Fare, at man kand faae hele unyttige Følger af Terminis i Følgen $y = Ax^m +$ hvilket giver et tit u-overvindeligt Arbeyde. Saaledes i den Liighed $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 6yx^3 - 4y^{\frac{3}{2}}xx + y^2x + 10x^{\frac{1}{3}} - 6y^{\frac{1}{2}} = 0$ er Følgen efter Tailor $y = Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} + Dx + +$ &c. men naar alle Forskiellene tages er den største Tilfælles Divisor $\frac{2}{3}$, dersom da samme settes $= m$, faaes i Liigheden B disse Exponenter:

$$5.\quad 4\tfrac{1}{3}.\quad 3\tfrac{2}{3}.\quad 3.\quad 2\tfrac{1}{3}.\quad 1\tfrac{2}{3}.\quad 1.\quad \tfrac{1}{3}.$$

hvilket giør, at man i Tailors Liighed B faaer dobbelt saa mange Terminos, som man burde, thi siden at alle Termini i Liigheden A og de Følger, som deraf komme, kand falde ind med Terminis i den høyeste Følge af Liigheden B, naar $m = \frac{2}{3}$, saa er ingen Tvivl tilbage, at jo denne sidste Følge var tilstrekkelig, saafremt at Coefficienternes Bestemmelse i denne Liighed beroede allene paa Exponenternes Bestemmelse.

§. 15. Theorema.

Dersom i en Følge

$$y = Ax^n + Bx^{n+m} + Cx^{n+2m} + Dx^{n+3m} + + \text{\&c.} -$$

tages to Coefficienter, hvad for nogle man vil, som B og D, og af

$\overline{B + D}$ tages en vis Høyder, da skal $B^{n-1} D$ altid komme i en Termino længere foran i Følgen end $B^{n-2} D^2$ og jo mindre Høyden bliver af B, eller jo større at den bliver af D, jo længere skal de falde hen ad i Følgen.

Beviis.

Thi er den Exponent, som staaer hos A, p, den som staaer hos B, m, og den ved D, s, da kommer i den Termino $y^r x^q$, $B^{n-1} D$ for ved den Exponent $p.(r-n) + m.(n-1) + s + q$, og $B^{n-2} D^2$ kommer for ved den Exponent $p.(r-n) + m.(n-2) + 2s + q$, naar disse Exponenter trekkes fra hverandre faaes $-s + m$ for deres Forskiel; saafremt nu Følgen falder er m større end s, følgelig overgaaer den første altid den sidste, hvorfor denne nødvendig maae falde længere ud ad i Følgen; paa samme Maade bevises det naar Følgen stiger.

§. 16. Anmerkning.

Ved Hielp af det foregaaende Theorema og ved at søge til hvad Exponent, at en given Høyde af en given Coefficient skal falde, kand man altid bestemme den nøye u-ordentlige Følge, som bør bruges, naar Tailors er given; og bør man derfor altid arbeyde paa denne Maade. Naar først Tailors Følge er fundet, har man at see paa, hvad heller at den Betingning §. 13. har Sted eller ikke, har den ikke Sted, maae man eftersee om den ingen overflødige Følger indeholder efter §. 14. saaledes om i den Liighed $y^3 - 2xy + a^2 y + x^{\frac{1}{2}} = 0$, tages $y = x^{\frac{1}{2}} + x^0 + x^{-\frac{1}{2}} + x^{-1} + x^{-\frac{3}{2}}$, da bliver Exponenterne af de Terminis, som ere af første Høyde $\frac{3}{2}. \frac{1}{2}. 0. -\frac{1}{2}. -1 -\frac{3}{2}$ ved at udelukke den anden Terminum faaes den Følge $y = x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} + x^{-\frac{5}{2}} + +$ &c. og de Exponenter i Liigheden B, $\frac{3}{2}. \frac{1}{2} - \frac{1}{2}. -\frac{3}{2} = \frac{5}{2} + +$ &c. eller hvilket er det samme, ved at sette i Liigheden A, $y = x^{\frac{1}{2}}$ faaes de

Expo-

Exponenter $\frac{3}{2}$. $\frac{1}{2}$, hvis Forskiel er $\frac{2}{2} = 1$ og følgelig den nærmeste ordentlige Følge, som før $y = Ax^{\frac{1}{2}} + Bx^{-\frac{1}{2}} + Cx^{-\frac{3}{2}} + Dx^{-\frac{5}{2}}$. for desto bedre at overbevise sig har man allene nødig at søge Coefficienterne i begge Tilfælde, da man faaer efter den Følge

$$y = Ax^{\frac{1}{2}} + Bx^{0} + Cx^{-\frac{1}{2}} + Dx^{-1} + Ex^{-\frac{3}{2}} + + \&c.$$

$$\begin{array}{llllll}
y^3 = & A^3x^{\frac{3}{2}} + 3BA^2x & + 3A^2Cx^{\frac{1}{2}} & + 6CAB & & + 3EA^2x^{-\frac{1}{2}} \\
 & & + 3B^2Ax^{\frac{1}{2}} & + 3DA^2 & & + 6BAD \\
 & & & + B^3 & & + 3AC^2 \\
 & & & & & + 3B^2C. \\
2xy = & -\ 2Ax^{\frac{3}{2}} - 2Bx & & - 2Cx^{\frac{1}{2}} & - 2D & - 2Ex^{-\frac{1}{2}} \\
+ a^2y = & & & Aa^2x^{\frac{1}{2}} & + BA^2 & + CA^2. \\
+ x^{\frac{1}{2}} = & & & + x^{\frac{1}{2}}. & &
\end{array}$$

hvorved faaes 1) $A = \sqrt{2}$, $B = 0$, $C = \dfrac{-a^2\sqrt{\frac{1}{2}} - 1}{4}$

$D = 0$, $E = \dfrac{-3AC^2 - CA^2}{3A^2 - 2}$

derimod om man tager den anden Følge af y, $y = Ax^{\frac{1}{2}} + Bx^{-\frac{1}{2}} + Cx^{\frac{3}{2}} + Dx^{-\frac{5}{2}}$ da faaes

$$\begin{array}{llll}
y^3 = A^3x^{\frac{3}{2}} & + 3BA^2x^{\frac{1}{2}} & + 3CA^2x^{-\frac{1}{2}} & \\
 & & + 3B^2Ax^{-\frac{1}{2}} & \\
-2xy = & -2Ax^{\frac{3}{2}} & -2Bx^{\frac{1}{2}} & -2Cx^{-\frac{1}{2}} \\
+a^2y = & & + a^2A & + a^2B \\
+x^{\frac{1}{2}} = & & + 1. &
\end{array}$$

hvoraf faaes, som før $A = \sqrt{2}$, $B = \dfrac{-a^2\sqrt{\frac{1}{2}} - 1}{4}$ $C = \dfrac{3B^2A - A^2B}{3A^2 - 2}$

og følgelig findes de samme Coefficienter med meget mindre Arbeyde.

Naar man saaledes er blevet forvisset paa, at man har den næste ordentlige Følge, bør man ydermere nødvendig stræbe at forkorte det viitløftige Arbeyde, som endda kand forefalde; hvilket, hvorledes kand skee, jeg i et par Exempler vil viise, saaledes om den Liighed gives $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 10x^{\frac{1}{3}} = 0$, hvis Følge for y er efter Tailor $y = Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} + Dx^1 + Ex^{\frac{2}{3}} + +$ &c. da kunde man strax efter §. 14 see at den rette Følge blev $y = Ax^2 + Bx^{-\frac{8}{3}} + Cx^{-\frac{22}{3}} + Dx^{-\frac{36}{3}}$ i hvilken ved 4re Terminos udrettes mere end ved 50 i Tailors, men det kand og skee paa denne Maade. Efter §. 5. seer jeg at den største Følge af Exponenterne i Liigheden B bliver $5.\ 4\tfrac{2}{3}.\ 4\tfrac{1}{3}.\ 4.\ 3\tfrac{2}{3}.\ 3\tfrac{1}{3}.\ 3.\ 2\tfrac{2}{3}.\ 2\tfrac{1}{3}.\ 2.\ 1\tfrac{2}{3}.\ 1\tfrac{1}{3}.\ 1.\ \tfrac{2}{3}.\ \tfrac{1}{3}.\ 0.\ -\tfrac{1}{3} - \tfrac{2}{3} - \tfrac{3}{3}.$ Da nu ingen Terminus falder ind med denne Følge før i den Termino $\frac{1}{3}$, saa bliver §. 10, i Følgen til y, $B = 0$, $C = 0$, $D = 0$, $E = 0$ indtil den Coefficient P, da nu i Følgen $y = Ax^2 + + P$ kommer for i den Termino, hvis Exponent er $-\frac{8}{3}$, saa ere de to første Termini $Ax^2 + Px^{-\frac{8}{3}}$; efterdi nu P er den eeneste der falder ind, er det klart, at ingen af de øvrige Coefficienter kand determineres ved Liigheden B, uden de i hvilke p^2, p^3, p^4 + &c. kommer allene for (uden at være multipliceret med nogen Høyde af de foregaaende Coefficienter A undtagen) følgelig ved at undersøge til hvad Terminos i Liigheden B at p^2, p^3 falder og hvad Coefficienter, som dertil svarer i Følgen $y = Ax^2 + +$ findes den rette Følge, som før $y = Ax^2 + Bx^{-\frac{8}{3}} + Cx^{-\frac{22}{3}} + Dx^{-\frac{36}{3}} + +$ &c.

Ligeledes i den Liighed $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 10x^{\frac{1}{3}} - 6y^{\frac{1}{2}}$ hvor igien efter Tailor $y = Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} + Dx +$ &c. seer jeg efter §. 5. at den største Følge af Exponenterne i Liigheden B bliver. $5.\ 4\tfrac{2}{3}.\ 4\tfrac{1}{3}.\ 4.\ 3\tfrac{2}{3}.\ 3\tfrac{1}{3}.\ 3.\ 2\tfrac{1}{3}.\ 2.\ 1\tfrac{2}{3}.\ 1\tfrac{1}{3}.\ 1.\ \tfrac{2}{3}.\ \tfrac{1}{3}.\ 0.\ -\tfrac{1}{3}.\ -\tfrac{2}{3}.\ -1.$ Da nu ingen Terminus falder ind med nogen af disse før ved den Exponent 1, da flyder af §. 10. at alle de Coefficienter i Følgen y indtil N bliver $= 0$. saa at de to første Termini i den nøye u-ordentlige Følge ere $Ax^2 + Nx^{-\frac{6}{3}}$; for at finde den tredie har man allene nødig at agte det

det som i sig selv let sees, at for N^2 Coefficient i Liigheden B intet kand bestemmes ved N allene; da nu N^2 falder for ved den Exponent $-\frac{12}{3}-4+1+4=-3$, derimod falder $10x^{\frac{1}{3}}$ for i den Termino $\frac{1}{3}$, saa er den 3die Terminus $+px^{-\frac{8}{3}}$, og da N^2 falder for i den Termino x^{-3} hvortil svarer a^1 Coefficient i Følgen $y = Ax^2 + \&c.$ saa er den 4de Terminus $a^1x^{-\frac{18}{3}}$ (thi N^2 falder altid før NP §. 15.) da nu N^3 falder for ved den Terminus $-\frac{18}{3}-6+1+4=-7$ og NP derimod ved den Terminus $-\frac{6}{3}-\frac{8}{3}-4+1+4=-\frac{11}{3}$ hvortil svarer den Coefficient c^1 i Følgen af y, følgelig er den $c^1x^{-\frac{20}{3}}$, endelig er den Terminus i Liigheden B i hvilken at P^2 falder for $-\frac{16}{3}-4+1+4=-\frac{13}{3}$ hvortil svarer den Coefficient e^1 i Liigheden B og følgelig den Terminus $-\frac{22}{3}$ i Følgen af y, saa den 6te Terminus er $e^1x^{-\frac{22}{3}}$, for at finde den 7de Terminum maae agtes at N^3 falder for ved den Terminum -7 i Liigheden B, hvortil svarer i Følgen af y den Coefficient n^1 saa den 7de Terminus er $n^1x^{-\frac{30}{3}}$, man bør siden søge §. 15. først N^2P, siden NP^2 endelig P^3 derpaa N^4 og de øvrige i samme Orden, saa den næste u-ordentlige Følge bliver

$$y = Ax^2 + Bx^{-\frac{6}{3}} + Cx^{-\frac{8}{3}} + Dx^{-\frac{18}{3}} + Ex^{-\frac{20}{3}} + Fx^{-\frac{30}{3}} + + \&c.$$

ellers seer man uden Vanskelighed, hvorledes man paa samme Maade efter §. 15. kand bestemme alle Coefficienterne om man har et Trinomium af Coefficienter eleveret til en vis Høyde eller endnu flere. Jeg maae kortelig erindre, at man havde forud kundet forkortet i dette Exempel Tailors Følge til en nøye ordentlig ved at sette $m = \frac{2}{3}$; og at man altid, før man foretager sig at finde den nøye u-ordentlige Følge, fastsetter til hvad Høyde af x man vil gaae, da det siden er let at finde om hvor mange Termini man bør løbe længere ud i Følgen, endskiønt at lidet Øvelse og Eftertanke i denne Tilfælde er bedre end viitløftige Regler.

§. 17. Theorema.

Dersom Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde er er selv den største Tilfælles Divisor af de øvrige Forskielle, og Liigheden til den første Coefficient A har flere ligestore Stamme-Størrelser (Radices) hvis Antal er n, da er det nødvendigt til at bestemme Coefficienterne, at den største tilfælles Divisor maae divideris med Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser, og samme Expression bør i Følgen $y = Ax^n + \&c.$ settes i Steden for n.

Beviis.

Thi dersom af en foresat Liighed faaes n' Følger, som alle falder sammen i et i den første Termino, og som giver n ligestore Stamme-Størrelser, som

$$\begin{array}{llllll}
Ax^n & + Bx^{n+m} & + Cx^{n+2m} & + Dx^{n+3m} & + Ex^{n+4m} & \\
+ A' & + B' & + C' & + D' & + E' & \\
 & & & & & ++ \\
+ A'' & + B'' & + C'' & + D'' & + E'' & \&c. \\
 & \alpha & + \beta & + \gamma & + \delta & \\
 & & \alpha' & + \beta' & + \gamma' &
\end{array}$$

da efterdi at $A + A' + A''$ settes at have flere ligestore Stamme-Størrelser, maae $B + B' + B'' = 0$ ligeledes $C + C' + C'' = 0$ og det i n - 1 Terminis fra den første af at regne §. 4. i mit forrige Stykke; følgelig blev $\alpha' = 0$ og saa videre, saa mange nemlig af de første Terminis i Følgerne, som der falder ind i et med n - 1 Terminis fra den første af, men α kand ikke være 0 ey heller α' efter Hypothesen, derfore bør α og α' nødvendig falde efter n - 1 Terminos fra den første af at regne eller i det mindste begynde at falde ind med den Termino n + 1 fra først af, det er da om n Terminos at de af 2den Høyde bør falde ud, hvilket faaes ved at dividere den største tilfælles Divisor med n.

Exempel. I den Liighed $y^3 - 2xy^2 + x^2y - a^3 = 0$ hvis Følge for y er $y = Ax + Bx^{-\frac{1}{2}} + Cx^{-2} + Dx^{-\frac{7}{2}} ++ \&c.$ faaes, naar for y settes denne Følge.

$$
\begin{array}{llllll}
0 = A^3x^3, & + 3A^2Bx^{\frac{3}{2}} & + 3A^2C & + 3A^2Dx^{-\frac{3}{2}} & + 3A^2Ex^{-3} & \\
 & & + 3AB^2 & + 6ABC & + 6ABD & \\
 & & & + B^3 & + 3AC^2 & \\
 & & & & + 3B^2C & \\
 & & & & & ++ \\
- 2A^3 & - 4AB & - 4AC & - 4AD & - 4AE & \&c. - \\
 & & - 2B^2 & - 4BC & - 4BD & \\
 & & & & - 2CC & \\
+ A & + B & + C & + D & + E, & \\
 & & - a^3. & & &
\end{array}
$$

i den første Termino findes A to gange $= 1$ og deraver er Differential-Liigheden $3A^2B - 4AB + B = 0$, fordi $- a^3$ falder i den 3die Termino kand den bestemmes, men faldt den derimod i den anden, hvilket vilde skee ved Tailors Expression, maatte $a^3 = 0$ imod Hypothesen.

§. 18. Anmerkning.

Af det Foregaaende er det klart, at saa tit som den 1ste Coefficient har flere ligestore Stamme-Størrelser, da efterdi at lige saamange Differential-Liigheder mindre end en bliver $= 0$ kand den anden Terminus B ikke bestemmes før i den Coefficient hvor B^n kommer for, hvilket giver, de imaginaire medregnede, saa mange adskillige Værdier af B, som der ere ligestore Stamme-Størrelser til i den første Coefficient A; skulde B blive $= 0$, da er det det samme i Henseende til C, siden man kand ansee det, som om den Terminus der havde B gik ud af Liigheden, imidlertid at al Resten blev det samme. Ellers seer man heraf en Tilfælde, i hvilken at Følgen ey allene beroer paa Exponenterne, men endog paa Coefficienterne, og da Stirlings Forbedring bestaaer i at dividere med Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser som i §. 17, saa er det tillige klart, at Stirlings Forbedring i det foranførte Tilfælde er nødvendig.

§. 19.

§. 19. Theorema.

Dersom den største tilfælles Divisor af Exponenterne er sat $= m$, og der findes flere ligestore Stamme-Størrelser i den første Coefficient sat $= 0$, og m er et Submultiplum af Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde, da kand Tailors Følge være tilstrekkelig til at bestemme Coefficienterne, saafremt at Antallet af Terminis, som falder i Liigheden B imellem de af 1ste og 2den Høyde, er net op et Multiplum af Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser, er den ikke et Multiplum i hele Tal kand Følgen altid bestemmes, dersom i Steden for samme Divisor tages et Tal, hvorved at denne sidste Betingning fyldestgiøres, og man tillige faaer giort, at alle Termini falder ind med de af den største Følge i Liigheden B.

Beviis.

Thi efterdi at den første Coefficient efter A, som jeg vil kalde B ikke kand bestemmes før i den Høyde B^n, om der ere n ligestore Stamme-Størrelser i Liigheden til den første Coefficient §. 18. saa følger, at den kand bestemmes, saafremt at den anførte Betingning har Sted; Derimod, saafremt at forrige Betingning ikke har Sted kommer samme Vanskelighed igien for, som er blevet anført i Beviiset §. 17.

Exempel i den Liighed $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 - 4y^{\frac{3}{2}}xx + y^2x + 6yx^3 + 10x^{\frac{1}{3}} - 6y^{\frac{1}{2}} = 0$ er efter §. 14. den nøye ordentlige Følge $y = Ax^2 + Bx^{\frac{4}{3}} + Cx^{\frac{2}{3}} + Dx^0 + Ex^{-\frac{2}{3}} + Fx^{-\frac{4}{3}}$ hvoraf faaes

$-4y^{\frac{1}{2}}x^4 =$	$-4A^{\frac{1}{2}}x^5$	$-2A^{-\frac{1}{2}}B^{4\frac{1}{3}}$	$2A^{-\frac{1}{2}}Cx^{3\frac{2}{3}}$	$-2A^{-\frac{1}{2}}Dx^3$	$-2A^{-\frac{1}{2}}Ex^{2\frac{1}{3}}$	$-2A^{-\frac{1}{2}}Fx^{1\frac{2}{3}}$	$-2A^{-\frac{1}{2}}Gx$	$-2A^{-\frac{1}{2}}Hx^{\frac{1}{3}}$	
			$+\frac{1}{2}A^{-\frac{3}{2}}B^2$	$+A^{-\frac{3}{2}}CB$	$+A^{-\frac{3}{2}}DB$	$+A^{-\frac{3}{2}}CD$	$+A^{-\frac{3}{2}}EC$	$+A^{-\frac{3}{2}}GB$	
				$-\frac{1}{4}A^{-\frac{5}{2}}B^3$	$+\frac{1}{2}A^{-\frac{3}{2}}C^2$	$+A^{-\frac{3}{2}}EB$	$+\frac{1}{2}D^2A^{-\frac{3}{2}}$	$+A^{-\frac{3}{2}}CF$	
					$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}CB^2$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}C^2B$	$+BFA^{-\frac{3}{2}}$	$+A^{-\frac{3}{2}}ED$	
					$+\frac{5}{32}A^{-\frac{7}{2}}B^4$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}B^2D$	$-\frac{3}{2}A^{-\frac{5}{2}}DCB$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}B^2F$	
						$+\frac{5}{8}A^{-\frac{7}{2}}CB^3$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}EB^2$	$-\frac{3}{2}A^{-\frac{5}{2}}EBC$	
						$-\frac{7}{64}A^{-\frac{9}{2}}B^5$	$-\frac{1}{4}C^3A^{-\frac{5}{2}}$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}BD^2$	
							$+\frac{15}{16}{}^{-\frac{7}{2}}C^2B^2$	$-\frac{3}{4}A^{-\frac{5}{2}}DC^2$	$++$
							$+\frac{5}{8}A^{-\frac{7}{2}}DB^3$	$+\frac{5}{8}A^{-\frac{7}{2}}EB^3$	&c.
							$-\frac{35}{64}A^{-\frac{9}{2}}CB^4$	$+\frac{15}{8}A^{-\frac{7}{2}}DCB^2$	
							$+\frac{21}{128}A^{-\frac{11}{2}}B^6$	$+\frac{5}{8}A^{-\frac{7}{2}}BC^3$	
								$-\frac{35}{64}A^{-\frac{9}{2}}DB^4$	
								$-\frac{70}{64}A^{-\frac{9}{2}}C^2B^3$	
								$+\frac{63}{64}A^{-\frac{9}{2}}CB^5$	
								$-\frac{33}{512}A^{-\frac{11}{2}}B^6$	
$-6y^{\frac{1}{2}} =$							$-6A^{\frac{1}{2}}$	$-3A^{-\frac{1}{2}}B.$	$++$ &c.
$-4y^{\frac{3}{2}}xx =$	$-4A^{\frac{3}{2}}x^5$	$-6A^{\frac{1}{2}}Bx^{4\frac{1}{3}}$	$-6A^{\frac{1}{2}}Cx^{3\frac{2}{3}}$	$-6A^{\frac{1}{2}}Dx^3$	$-6A^{\frac{1}{2}}Ex^{2\frac{1}{3}}$	$-6A^{\frac{1}{2}}Fx^{1\frac{2}{3}}$	$-6A^{\frac{1}{2}}Gx$	$-6A^{\frac{1}{2}}Hx^{\frac{1}{3}}$	
			$-\frac{3}{2}A^{-\frac{1}{2}}B^2x^{3\frac{2}{3}}$	$-3A^{-\frac{1}{2}}CB$	$-3A^{-\frac{1}{2}}DB$	$-3A^{-\frac{1}{2}}CD$	$-\frac{3}{2}A^{-\frac{1}{2}}D^2$	$-3A^{-\frac{1}{2}}GB$	
				$+\frac{1}{4}A^{-\frac{3}{2}}B^3$	$-\frac{3}{2}A^{-\frac{1}{2}}C^2$	$-3A^{-\frac{1}{2}}EB$	$-3A^{-\frac{1}{2}}EC$	$-3A^{-\frac{1}{2}}CF$	
					$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}CB^2$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}C^2B$	$-3A^{-\frac{1}{2}}BF$	$-3A^{-\frac{1}{2}}ED$	
					$-\frac{3}{32}A^{-\frac{5}{2}}B^4$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}B^2D$	$+\frac{3}{2}A^{-\frac{3}{2}}DCB$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}B^2F$	
						$-\frac{3}{8}A^{-\frac{5}{2}}CB^3$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}EB^2$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}BD^2$	
						$+\frac{3}{64}A^{-\frac{7}{2}}B^5$	$+\frac{1}{4}A^{-\frac{3}{2}}C^3$	$+\frac{3}{2}A^{-\frac{3}{2}}EBC$	$++$ &c.
							$-\frac{9}{16}A^{-\frac{5}{2}}C^2B^2$	$+\frac{3}{4}A^{-\frac{3}{2}}DC^2$	
							$-\frac{3}{8}A^{-\frac{5}{2}}DB^3$	$-\frac{3}{8}A^{-\frac{5}{2}}EB^3$	
							$-\frac{15}{64}A^{-\frac{7}{2}}CB^4$	$-\frac{9}{8}A^{-\frac{5}{2}}DCB^2$	
							$-\frac{7}{256}A^{-\frac{9}{2}}B^6$	$-\frac{3}{8}A^{-\frac{5}{2}}BC^3$	
								$+\frac{15}{63}A^{-\frac{7}{2}}DB^4$	
								$+\frac{15}{32}A^{-\frac{7}{2}}C^2B^3$	
$y^2 =$	A^2x^5	$+2ABx^{4\frac{1}{3}}$	$+2ACx^{3\frac{2}{3}}$	$+2ADx^3$	$+2EAx^{2\frac{1}{3}}$	$+2AFx^{1\frac{2}{3}}$	$+2AGx$	$+2AHx^{\frac{1}{3}}$	
			$+B^2x^{3\frac{2}{3}}$	$+2CBx^3$	$+2DB$	$+2EB$	$+2FB$	$+2GB$	
					$+C^2$	$+2CD$	$+2EC$	$+2FC$	
							$+D^2$	$+2ED$	
$x^5 =$	$x^5.$								
$+6yx^3 =$	$6Ax^5$	$+6Bx^{4\frac{1}{3}}$	$+6Cx^{3\frac{2}{3}}$	$+6Dx^3$	$+6Ex^{2\frac{1}{3}}$	$+6Fx^{1\frac{2}{3}}$	$+6Gx$	$+6Hx^{\frac{1}{3}}.$	

Lighe-

Liigheden til den første Coefficient $-4A^{\frac{1}{2}} - 4A^{\frac{3}{2}} + A^2 + 6A + 1 = 0$, eller $A^4 - 4A^3 + 6AA - 4A + 1$ har 4re ligestore Stamme-Størrelser $A = 1$, i de tre efterfølgende Liigheder til Coefficientene findes de af sig selv $= 0$ fordi de ere Differential-Liigheder, i den 5te Termino findes $B = 0$, af den 6te kand heller intet andet sluttes, i den 7de findes $-6A^{\frac{1}{2}} = 0$ imod Hypothesen. Aarsagen er at C^4 er den første Function af C, som bliver fire for B og samme kommer ikke for førend i den Termino $x^{-\frac{1}{3}}$, følgelig bør $-6A^{\frac{1}{2}}$ enten falde der eller og i den Termino $x^{2\frac{1}{3}}$ eller en Anden, som staaer altid om et Multiplo af 4re fra den Første.

Tager man derimod Tailors egen Følge, som er

$$y = Ax^2 + Bx^{-\frac{5}{3}} + Cx^{-\frac{4}{3}} + Dx^{-1} + Ex^{-\frac{2}{3}} + + \&c.$$

da bliver den største Følge af Exponenterne i Liigheden B

$$5.\ 4\tfrac{2}{3}.\ 4\tfrac{1}{3}.\ 4.\ 3\tfrac{2}{3}.\ 3\tfrac{1}{3}.\ 3.\ 2\tfrac{2}{3}.\ 2\tfrac{1}{3}.\ 2.\ 1\tfrac{2}{3}.\ 1\tfrac{1}{3}.\ 1.\ \tfrac{2}{3}.\ \tfrac{1}{3}.\ 0 - \tfrac{1}{3} - \tfrac{2}{3}.$$

da nu $-6A^{\frac{1}{2}}x^1$ falder ind i den 12te Termino fra den første af, som er tre gange Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser, saa kand man ved Tailors Følge finde Coefficienterne, uden at bruge nogen videre Forbedring.

§. 20. Anmerkning.

Deraf sees at Stirlings Methode er altid gandske accurat i den Tilfælde, som er anført §. 17, at man nemlig da ved den altid faaer den nøye ordentlige Følge, men er den største tilfælles Divisor ikke selv Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde, da er det klart af §. 19, at Stirlings Forbedring kand være unødvendig, saafremt nemlig at Termini af 2den Høyde falder ind efter den der anførte Betingning. Det eeneste, som endnu er tilbage i Henseende til Stirlings Regel er, at beviise, at den er almindelig, u-agtet, at den i alle de Tilfælde, da Forbedringen er unødvendig, bebyrder ikkun med en overmaade stor Mængde af Terminis, som tiit give et u-overvindeligt Arbeyde.

§. 21. Theorema.

Dersom Tailors Expression divideres med Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser, som findes i Liigheden til den første Coefficient, og Qvotienten settes i Følgen $y = Ax^n + Ax^{n+m} = m$, da kand Coefficienterne altid bestemmes.

Beviis.

Thi den nye Betingning, som kommer til formedelst flere ligestore Stamme-Størrelser i Liigheden til den første Coefficient, er at m maae være et saadant Tal, at Antallet af Terminis i Liigheden B imellem de af første og 2den Høyde, divideret med Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser giver en Qvotient i hele Tal §. 19. Kaldes nu Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde F; den største tilfælles Divisor D, det Antal af Terminis, som skulde faaes ved D, N, det nye Antal x. da er $\frac{F}{D} = N$ og $\frac{Fn}{D} = x$ §. 11, følgelig $N = \frac{x}{n}$ og $x = Nn$, følgelig er den nye Betingning i denne Tilfælde fyldestgiort, thi N er altid et heelt Tal. Men det er tydeligt, at naar alle Følgerne i B falder ind med den første Følge ved $m = D$, de da og maae falde ind ved $m = \frac{D}{n}$. siden efter n Terminos man i den sidste Tilfælde altid kommer paa de Terminos, som vare i den Første.

§. 22. Anmerkning.

Der feyler nu intet i at kunde see med hvad Forsigtighed, at man baade bør bruge Tailors og Stirlings Methoder; nemlig før man kand bruge Tailors, maae man vel see til, om den første Coefficient ikke giver en Liighed, som har ligestore Stamme-Størrelser, derimod, naar man vil bruge Stirlings, maae man vel agte, om ikke Tailors Methode allene kand fyldestgiøre alle Betingninger. Eller

er

er nu intet lettere, end at kunde af Stirlings Følge finde den nøye ordentlige, hvilket jeg vil vise ved et Exempel, hvorledes kand skee. i den Liighed $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + y^2x - 4y^{\frac{3}{2}}xx + 6yx^3 + 10x^{\frac{1}{3}} - 6y^{\frac{1}{2}} = 0$ er Tailors Følge $y = Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} + Dx + +$ &c. Derimod, da den største tilfælles Divisor er $\frac{1}{3}$ og Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser 4 bliver Stirlings Følge $y = Ax^2 + Bx^{\frac{23}{12}} + Cx^{\frac{22}{12}} + Dx^{\frac{21}{12}} + Ex^{\frac{20}{12}} + +$ &c. efter hvilken det er et molest Arbeyde at kunde bestemme endog de 4 første Coefficienter. For nu at kunde udrydde de overflødige Følger af Coefficienterne, kunde man begynde med at udelukke den 2den Terminum, og siden alle andre alternative; og see til om alle Betingninger kunde endda blive fyldestgiorte ved den nye Følge $y = Ax^2 + Bx^{\frac{22}{12}} + Ex^{\frac{20}{12}} + Fx^{\frac{18}{12}} + +$ &c. i hvilken $m = \frac{1}{6}$ da efter §. 5. Exponenterne i Liigheden B blive; 5. $4\frac{5}{6}$. $4\frac{4}{6}$. $4\frac{3}{6}$. $4\frac{2}{6}$. $4\frac{1}{6}$. 4. $3\frac{5}{6}$. $3\frac{4}{6}$. $3\frac{3}{6}$. $3\frac{2}{6}$. $3\frac{1}{6}$. 3. $2\frac{5}{6}$. $2\frac{4}{6}$. $2\frac{3}{6}$. $2\frac{2}{6}$. $2\frac{1}{6}$. 2. $1\frac{5}{6}$. $1\frac{4}{6}$. $1\frac{3}{6}$. $1\frac{2}{6}$. $1\frac{1}{6}$. 1. $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{6}$. $\frac{3}{6}$. $\frac{2}{6}$. efterdi nu 1) alle Følgerne i Liigheden B falder ind med den største 2) de af 2den Høyde ere borte fra de af første Høyde om et Multiplo af de ligestore Stamme-Størrelsers Antal, saa seer jeg deraf, at den første Følge var overflødig, og at denne anden $y = Ax^2 + Bx^{\frac{11}{6}} + Cx^{\frac{10}{6}} + Dx^{\frac{9}{6}} + Ex^{\frac{8}{6}}$ er nøyere ordentlig, derpaa undersøger jeg ligeledes, om denne sidste er nøye ordentlig ved igien at udelukke den 2den Terminum, saa jeg faaer $Ax^2 + Cx^{\frac{10}{6}} + Ex^{\frac{8}{6}}$ eller $Ax^2 + Cx^{\frac{5}{3}} + Ex^{\frac{4}{3}} + +$ &c. i hvilken $m = \frac{1}{3}$. saa bliver efter §. 5. Følgen af Exponenterne i Liigheden B. denne. 5. $4\frac{2}{3}$. $4\frac{1}{3}$. 4. $3\frac{2}{3}$. $3\frac{1}{3}$. 3. $2\frac{2}{3}$. $2\frac{1}{3}$. 2. $1\frac{2}{3}$. $1\frac{1}{3}$. 1. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$., da jeg atter igien seer, at alle Betingninger kand fyldestgiøres ved denne sidste Følge af y, saa er jeg forsikret, at den er endnu nøyere ordentlig; men for at være forvisset paa, at den igien ingen overflødig Følge indeholder, udelukker jeg igien i den Følge $Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} + Dx + Ex^{\frac{2}{3}} + +$ &c. $= y$ den 2den Terminum og alle Alternative, hvorved faaes $y = Ax^2 + Cx^{\frac{4}{3}} + Ex^{\frac{2}{3}} + G + +$ &c. efter §. 5. bliver den største Følge i Liigheden B.

 denne

denne: $5. 4\frac{1}{3}. 3\frac{2}{3}. 3. 2\frac{1}{3}. 1\frac{2}{3}. 1. \frac{1}{3}$, i denne kand vel alle Termini af de andre Folger falde ind med de af den største Følge, men da den første af 2den Høyde skulde falde' ind i den 7de Termino imod §. 19, da seer jeg, at den forrige Følge var den nøye ordentlige, end hvilken ingen noyere kand findes.

§. 23. Anmerkning.

Naar man arbeyder efter den forrige Anmerkning, har man slet ingen anden Regel nødig for at bestemme den nøye ordentlige Følge. Endskiønt, man seer let, hvorledes, naar Tailors Følge er given, man kand finde en Regel, som i mange Tilfælde bør være meget nøyere end Stirlings, endog, naar man ikke har agtet den Forkortning, som kand skee i Tailors Methode efter §. 14. thi da den hele Sag kommer allene an paa Tailors Betingninger og den Betingning §. 19. saa har man allene nødig, naar den Liighed B er fundet efter Tailors Følge, da at see hvad heller Antallet af Terminis imellem de af første og 2den Høyde, den første medregnet, er et Multiplum af Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser eller ikke; i den første Tilfælde bør Tailors beholdes §. 19. i den sidste derimod seer man let, at den Betingning §. 19. erlanges ved at søge det mindste Tal, som lader sig dividere med Antallet af Terminis (imellem de af første og 2den Høyde i Liigheden B den af første medregnet;) og Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser, med det Tal, som derved faaes, bør man dividere Forskiellen imellem Terminos af 1ste og anden Høyde, saa er Qvotienten det Tal, som i Følgen $y = Ax^n + Bx^{n+m}$ bør settes $= m$.

Thi holdes samme Benevning som i §. 21, og det mindste Tal, som lader sig dividere med Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser og N, kaldes snN, da er sN et heelt Tal og følgelig er snN et Multiplum af n, men om det nye Antal af Terminis i Liigheden B imellem de af 1ste og 2den Høyde kaldes N' da er $N' = \frac{FsnN}{F}$ §. 11. $=$ snN følgelig er den Betingning fyldestgiort §. 19. men man seer let, at at alle Termini af de andre Følger i Liigheden B maae falde sammen i et med den største, følgelig ere alle Betingninger fyldestgiorte, men da desuden i Steden for nN er taget SnN, saa er det øyensynligt, at paa denne Maade, saa mange unyttige Termini ere udryddede, som kand udryddes, følgelig og, at Følgen er den næste ordentlige eller ordentlig og nøye saafremt at ellers Tailors er ordentlig og nøye.

Exempel, i den Liighed $x^5 - 4y^{\frac{1}{2}}x^4 + 6yx^3 + y^2x - 6x^{\frac{5}{3}} + 10x^{\frac{1}{3}}$ i hvilken efter Tailor $m = \frac{1}{3}$ og Følgen blev $y = Ax^2 + Bx^{\frac{5}{3}} + Cx^{\frac{4}{3}} +$ &c. da den første Coefficient har 4 ligestore Stamme-Størrelser er efter Stirling $m = \frac{1}{12}$ og Følgen blev $y = Ax^2 + Bx^{\frac{23}{12}} + Cx^{\frac{22}{12}} + Dx^{\frac{21}{12}} + Ex^{\frac{20}{12}} + +$ &c. efter denne sidste Regel bliver 1) den største Følge hos Tailor i Liigheden B denne: $5.\ 4\frac{2}{3}.\ 4\frac{1}{3}.\ 4.\ 3\frac{2}{3}.\ 3\frac{1}{3}.\ 3.\ 2\frac{2}{3}.\ 2\frac{1}{3}.\ 2.\ 1\frac{2}{3}.\ 1\frac{1}{3}.\ 1.\ \frac{2}{3}.\ \frac{1}{3}.$ da nu den Terminus af 2den Høyde $- 6x^{\frac{5}{3}}$ falder ind i den 11te Termino, seer jeg strax at Tailors Følge er urigtig, jeg tager derfore $N = 10$, $n = 4$, $snN = 20$, $F = \frac{10}{3}$ og $\frac{F}{snN} = \frac{10}{3 \times 20} = \frac{1}{3.2} = \frac{1}{6}$, saa den nøye ordentlige Følge bliver $y = Ax^2 + Bx^{-\frac{11}{6}} + Cx^{-\frac{10}{6}} + Dx^{-\frac{9}{6}} + +$ &c. for at bevise sig om at den er rigtig, har man allene nødig at søge den største Følge i Liigheden B af Exponenterne, som er efter §. 5. $5.\ 4\frac{5}{6}.\ 4\frac{4}{6}.\ 4\frac{3}{6}.\ 4\frac{2}{6}.\ 4\frac{1}{6}.\ 4.\ 3\frac{5}{6}.\ 3\frac{4}{6}.\ 3\frac{3}{6}.\ 3\frac{2}{6}.\ 3\frac{1}{6}.\ 3.\ 2\frac{5}{6}.\ 2\frac{4}{6}.\ 2\frac{3}{6}.\ 2\frac{2}{6}.\ 2\frac{1}{6}.\ 2.\ 1\frac{5}{6}.\ 1\frac{4}{6}.\ 1\frac{3}{6}.\ 1\frac{2}{6}.\ 1\frac{1}{6}.\ 1.\ \frac{5}{6}.\ \frac{4}{6}.$ da nu alle Termini falder ind med de af den største Følge, og de af 2den Høyde falder ind efter 5 ganger 4 Terminos fra først af eller i den 21de Termino, saa er Følgen, som den bør at være.

§. 24. Anmerkning.

Men u-agtet, at denne Regel i mange Tilfælde er meget bedre end Stirlings, saa er den dog i adskillige endnu langt fra ikke saa nøye, som den bør være det, af Aarsag, at den ikke er indrettet efter den Anmerkning §. 14, hvilket kand undertiden giøre, at naar Tailors

Følge

Følge indeholder overflødige Terminos, at de da og findes i den Følge, som faaes efter den forrige §. den rette Methode sees da let at være i denne;

Regel.

1) Man bør først efter §. 14. søge den nøye ordentlige Følge, som kand faaes efter Tailors Methode og

2) undersøge, hvad Antallet af Terminis bliver i den Liighed B, som er imellem de af første og 2den Høyde fra først af regnet.

3) Søge det mindste Tal, som lader sig dividere med det før sagte Antal af Terminis og Anallet af de ligestore Stamme-Størrelser.

4) Dividere Forskiellen imellem Terminos af 1ste og anden Høyde med dette sidste Tal.

5) Qvotienten bør settes $= m$ i Følgen $y = Ax^{u} + Bx^{m+n} + + \&c.$

Exempel, i den Liighed $x^3 - 3y^{\frac{1}{2}}x^2 + 3yx - y^2 + 6y^{\frac{8}{5}} = 0$, hvori efter Tailor Følgen er $y = Ax^2 + Bx^{1\frac{4}{5}} + Cx^{1\frac{3}{5}} + Dx^{1\frac{2}{5}} + + \&c.$ Forskiellen imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde $= \frac{7}{5}$ hvoraf den største tilfælles Divisor er $\frac{7}{5}$ og Tailors corrigerte Følge efter §. 14. $y = Ax^2 + Bx^{\frac{8}{5}} + Cx^{\frac{1}{5}} + Dx^{-\frac{6}{5}} + + \&c.$ da nu efter §. 5. den største Følge i B bliver,

$$3.\ \frac{8}{5}.\ \frac{1}{5}. - \frac{6}{5} - \frac{13}{5} - \frac{18}{5} - \frac{25}{5} + + \&c.$$

og Terminus af 2den Høyde falder ind i den anden Termino, er Antallet af Terminis 1, Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser 3, det mindste Tal som lader sig dividere med 1 og 3, 3, Forskiellen imel-

imellem Terminos af 1ste og 2den Høyde $\frac{7}{5}$, divideret med $3 = \frac{7}{15} = -m$ saa Følgen er, $y = Ax^2 + Bx^{\frac{23}{15}} + Cx^{\frac{16}{15}} + Dx^{\frac{9}{15}} + Ex^{\frac{2}{15}} + Fx^{-\frac{5}{15}}$, derimod skulde Stirlings Følge blive $y = Ax^2 + Bx^{\frac{29}{15}} + Cx^{\frac{28}{15}} + Dx^{\frac{27}{15}} + Cx^{\frac{26}{15}} + +$ &c. hvilken følgelig vilde give en overmaade svær Følge at udarbeyde; hvilken Følge og findes efter den foregaaende Regel.

§. 25. Anmerkning.

Vil man exprimere denne Regel analyticè, da, om F er Forskiellen imellem Terminos af første og 2den Høyde, D den største tilfælles Divisor af Exponenternes Differencer efter §. 14. Antallet af Terminis imellem de af første og 2den Høyde i den Liighed, som kommer ved denne Correction i Tailors $= N$, Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser $= n$, det mindste Tal, som lader sig dividere med N og $n = SnN$, da bliver $m = \frac{F}{snN}$, men $N = \frac{F}{D}$ §. 11, følgelig er $m = \frac{F}{s\,\frac{(nF)}{D}}$ men vil man see, hvad Overeensstemmelse at der er imellem min Regel og Gravesandis, da maae agtes 1) at Forskiellen imellem Terminos af 1ste og anden Høyde altid er den mindste Forskiel, som kand faaes. 2) at om $\frac{F}{D} = q$ er $m = \frac{F}{s.\,nq}$, hvilket er net op Gravesandis Regel.

§. 26. Anmerkning.

For at bevise, at denne Regel er almindelig, er intet andet tilbage, end at agte, at den anden Terminus, som bestemmes efter den første

første, ikke kand have flere ligestore Stamme-Størrelser, siden den altid gives ved en Liighed af det slags $x^n = a$ om Antallet af de ligestore Stamme-Størrelser er n, og det er bekiendt om disse Liigheder, at de ikke kand have flere ligestore Stamme-Størrelser: da ydermere de øvrige Coefficienter altid bestemmes ved en Liighed under den Skikkelse $x - a = o$, er det klart at Methoden saavel er almindelig i Henseende til Exponenterne, som i Henseende til Coefficienterne. hvad videre kunde siges, seer Læseren selv let af det Foregaaende.

Balth.